

# Maxima, un sistema aberto de cálculo simbólico

Mario Rodríguez Riotorto

mario@edu.xunta.es

## Introdución

Maxima é un programa de Matemáticas escrito en linguaxe Lisp. Con el se poden factorizar polinomios, resolver ecuacións alxebraicas e diferenciais, calcular límites, derivadas e integrais, facer cálculos matriciais e estatísticos; traballa con números complexos, enteiros e decimais de precisión arbitraria. E o que aínda non saiba facer se lle pode ensinar programando novas funcións nunha sinxela linguaxe que leva incorporada.

Un dos aspectos máis salientables deste programa é a súa natureza libre; a licenza GPL coa que se libera dálle ó usuario certas libertades:

- liberdade para utilizalo,
- liberdade para modificalo e adaptalo ás súas propias necesidades,
- liberdade para distribuílo,
- liberdade para estudialo e aprender o seu funcionamento.

## Instalación e entornos de execución

O programa funciona nos sistemas operativos Linux, Windows, Mac e Android (este en fase experimental). Os repositorios oficiais das diversas distribucións Linux xa o incorporan, polo que a súa instalación segue o procedemento habitual. Usuarios de Windows e Mac, descargarán o binario correspondente da páxina oficial. Finalmente, os usuarios con dispositivos Android poden instalar *Maxima On Android* dende a páxina *Google Play*.

Maxima é un motor matemático que necesita dun entorno de execución cómodo para o usuario; existen varias alternativas, anque a máis utilizada sexa probablemente *wxMaxima*. Na Figura 1 amósase a captura dunha sesión neste entorno. Tamén é posible facer cálculos con Maxima de maneira remota a través dunha conexión de rede, tema desenvolvido neste mesmo volume baixo o título *Interfaces web a software científico*.

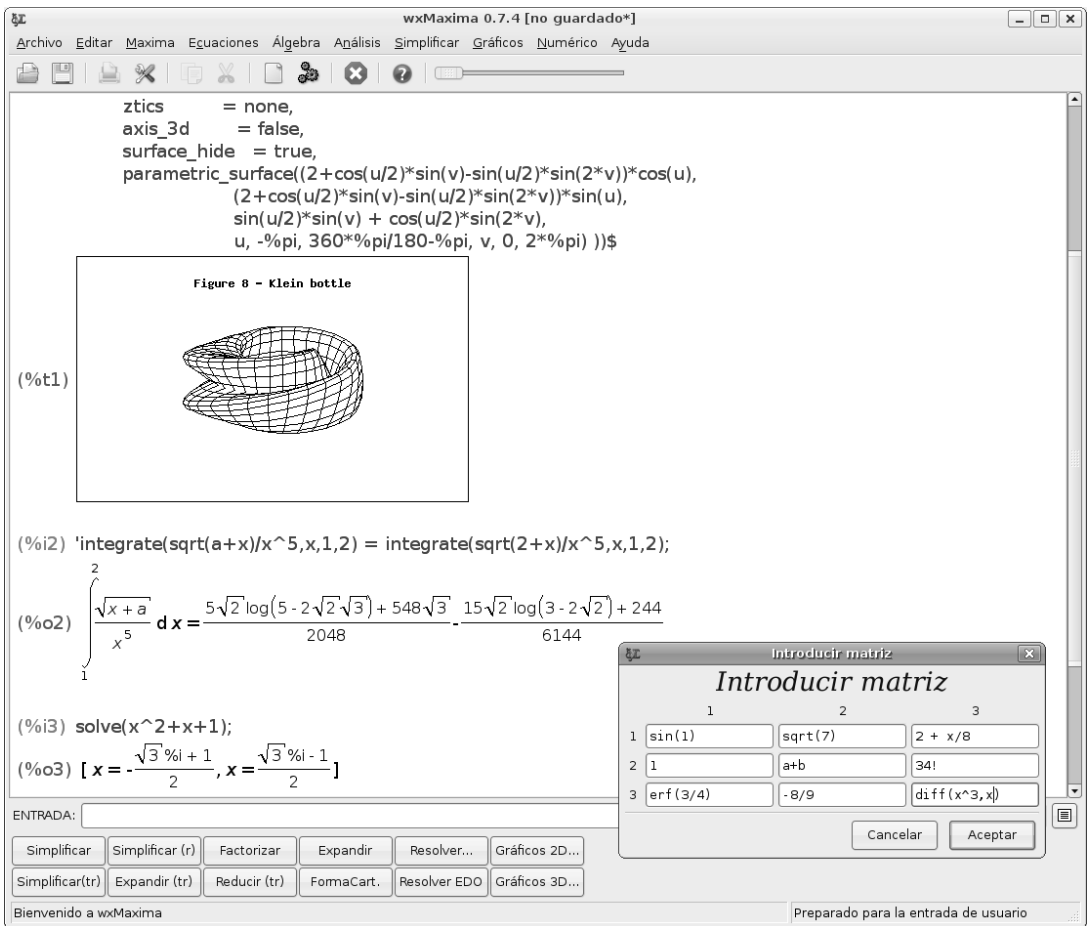


Figura 1: Sesión de wxMaxima

A vantaxe de wxMaxima, fronte a outros interfaces gráficos de usuario, é a presenza dun completo menú de funcións alxébricas, numéricas e gráficas, o que fai o seu uso máis sinxelo para os recién chegados. Vemos como exemplo, na mesma Figura 1, unha xanela de diálogo que facilita a definición dunha matriz no sistema. O menú está traducido ó castelán e ó galego, introducido este último na última versión.

O lugar máis recomendable para entablar contacto con Maxima e aprender a utilizalo é a súa propia páxina *web*, <http://maxima.sf.net/es>, particularmente a sección de documentación, con varios tutoriais en inglés, castelán e outros idiomas. Dada a natureza libre do programa, tanto a súa instalación como o acceso a toda a información relativa a el está aberta a todo o mundo.

## Facendo matemáticas con Maxima

Unha sesión de Maxima é un diálogo entre o usuario e a máquina; aquel prantexa tarefas e esta execútaas. Cada entrada de usuario vai asociada a unha etiqueta co formato *%in*, onde *n* é o número de cálculo solicitado, mentres que os resultados etiquétanse con *%on*. Cada orde ou sentenza introducida polo usuario debe rematar cun punto e coma; posteriormente, premendo a tecla de retorno fará que o cálculo se realice. No caso de utilizar wxMaxima, o punto e coma xa o pon automaticamente o programa, e a execución da orde farase efectiva cunha pulsación combinada da tecla de maiúsculas e a de retorno.

Empezamos cun sinxelo cálculo alxébrico e racional;

```
(%i1) a+b+2/3+a-1/5;  
(%o1) b+2a+ $\frac{7}{15}$   
(%i2)
```

como se ve, Maxima agrupa os termos semellantes e a parte numérica devólvea como fracción; esta maneira de proceder é característica dos sistemas de cálculo simbólico ou de álgebra computacional.

Maxima pode traballar con precisión arbitraria, tanto con números enteiros,

```
(%i2) 100!; /* factorial de 100 */  
(%o2) 933262154439441526816992388562667004907159\  
6826438162146859296389521759999322991560894146397\  
615651828625369792082722375825118521091686400000\  
000000000000000000
```

como con decimais,

```
(%i3) (fpprec: 100, bfloat(%pi));  
(%o3) 3.1415926535897932384626433832795028841971\  
6939937510582097494459230781640628620899862803482\  
5342117068b0
```

Neste último exemplo, calculamos os cen primeiros decimais do número  $\pi$ . Para facelo, agrupamos dúas instrucións entre parénteses e as separamos por unha coma; na primeira instrución asignámoslle á variable global `fpprec` o valor 100, e na segunda chamamos á función `bfloat` para que devolva o formato decimal do símbolo `%pi`, que é como se representa o número  $\pi$  en Maxima. Un detalle a ter en conta é que a asignación dun valor a unha variable faise sempre cos dous puntos, nunca co símbolo de igualdade, que reservamos para escribir ecuacións. En fin, acabamos de escribir un pequeno programa en Maxima, só ten dúas sentencias, cuxo resultado é o da última instrución; neste caso, `bfloat(%pi)`.

Non é posible resumir en poucas páxinas as capacidades computacionais de Maxima, polo que nos imos limitar a presentar unha serie de exemplos tomados ó chou, todos eles correspondentes á franxa educativa de secundaria.

Operacións con números complexos. Calculamos a forma polar do número  $3 + \frac{2i}{3}$ . O símbolo `%i` é o que representa en Maxima á unidade imaxinaria.

```
(%i4) polarform(3+2*%i/3);
(%o4) 
$$\frac{\sqrt{85}e^{(i \cdot \operatorname{atan}(\frac{2}{9}))}}{3}$$

```

Traballo con polinomios. Definimos un polinomio, o factorizamos e o volvemos a expandir, para despois obter o seu valor numérico parcial. O símbolo do porcentaxe, como o que se escribe na entrada 6, fai referencia ó último resultado devolto por Maxima; isto aforra teclear expresións previas.

```
(%i5) factor(b^2*x^2-a^2*b^2);
(%o5) 
$$b^2(x-a)(x+a)$$


(%i6) expand(%);
(%o6) 
$$b^2x^2-a^2b^2$$

```

```
(%i7) subst([a=5, b=1/3], %);
```

```
(%o7) 
$$\frac{x^2}{9} - \frac{25}{9}$$

```

Resolución dunha ecuación de segundo grao e dun sistema. Úsase a mesma función, pero no caso dos sistemas, hai dous argumentos, o primeiro é a lista de ecuacións e o segundo a lista das incógnitas. As listas son de uso frecuente en Maxima e se representan con corchetes.

```
(%i8) solve(3*x^2+5*x+1=0);
```

```
(%o8) 
$$\left[ x = -\frac{\sqrt{13}+5}{6}, x = \frac{\sqrt{13}-5}{6} \right]$$

```

```
(%i9) solve([u+v=0, u-v=a], [u, v]);
```

```
(%o9) 
$$\left[ \left[ u = \frac{a}{2}, v = \frac{-a}{2} \right] \right]$$

```

Calculamos a continuación o límite, cando  $x$  tende a infinito, dunha fracción alxébrica. O infinito represéntase por `inf` e o menos infinito por `minf`. Tamén calculamos un límite lateral pola esquerda engadindo o argumento `minus` (pola dereita sería `plus`). Nótese a dependencia paramétrica do primeiro límite respecto do literal  $k$ .

```
(%i10) limit(k*(x^3+4)/(-4*x^3+1), x, inf);
```

```
(%o10) 
$$\frac{-k}{4}$$

```

```
(%i11) limit(1/x, x, 0, minus);
```

```
(%o11) minf
```

Dous exemplos de derivadas, una de orde 1 e a outra de orde 2.

```
(%i12) diff(k*sin(exp(x^2)), x);
```

```
(%o12) 
$$2k x e^{x^2} \cos(e^{x^2})$$

```

```
(%i13) diff(sin(cos(x)), x, 2);
```

```
(%o13) 
$$-\sin^2(x) \sin(\cos(x)) - \cos(x) \cos(\cos(x))$$

```

Rematamos esta breve incursión polo cálculo indefinida e outra definida,

```
(%i14) integrate(log(x^2),x);
(%o14) 2(x log(x)-x)

(%i15) integrate(sin(x^2)*x,x,1,2);
(%o15)  $\frac{\cos(1)}{2} - \frac{\cos(4)}{2}$ 
```

En canto ó cálculo matricial, definimos una matriz e calculamos a súa inversa,

```
(%i16) A: matrix( [1,0,2],[b,0,0],[0,1,1] );
(%o16)  $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ b & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ 

(%i17) invert(A);
(%o17)  $\begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{b} & 0 \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2b} & 1 \\ \frac{1}{2} & \frac{-1}{2b} & 0 \end{pmatrix}$ 
```

Xa para rematar esta breve incursión polo programa, un exemplo de gráfico 2D, no que se combinan un polígono, unha función explícita, outra paramétrica e un conxunto de puntos aleatorios. O resultado na Figura 2.

```
(%i17) load(draw)$
(%i18) draw2d(
    key = "Poligono",
    polygon([[1/4,40],[1,30],[1/2,15]]),
    color = navy,
    key = "Polinomio grao 3",
    explicit(%pi*x^3+sqrt(2)*x^2+10,x,0,2),
    color = blue,
    key = "Parametrica",
    line_width = 3,
```

```

nticks      = 50,
parametric(2*cos(u)+3,u,u,0,6*%pi),
line_type   = dots,
points_joined = true,
point_type  = diamant,
point_size  = 3,
color       = red,
line_width  = 1,
key         = "Mostra",
points(makelist(random(40.0), k,1,5)),
title      = "Debuxando escea 2D") $

```

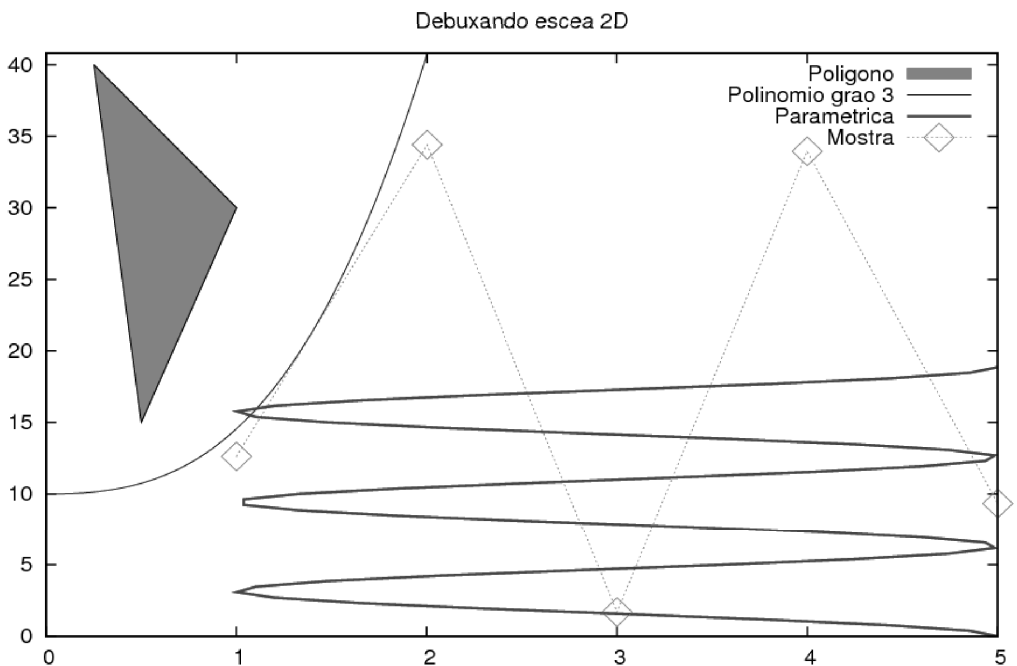


Figura 2: Gráfico coa librería draw

Deixamos aquí estes breves exemplos, non sen antes comentar que se pode acceder ó manual de referencia dende o propio wxMaxima premendo na tecla F1, ou executando a axuda en liña; así, para obter información sobre a función gamma abundaría con facer

```

(%i19) ? gamma
-- Función: gamma (<x>)
Función gamma.
Véase también `makegamma'.

```

La variable ``gammalim'` controla la simplificación de la función gamma.  
La constante de Euler-Mascheroni es ``%gamma'`.

Maxima pode facer moito máis do que se comentou nestas breves páxinas: resolución de ecuacións e integración numérica, álgebra linear, probabilidade, estatística, resolución de ecuacións diferenciais, cálculo tensorial, cambio de unidades físicas, cálculo vectorial, teoría de grafos, etc. E o que non teña programado se lle pode programar cunha sinxela linguaxe incorporada; a modo de exemplo, vemos a definición dunha función recursiva para calcular o factorial dun número, anque Maxima xa ten a súa propia función factorial,

```
(%i20) fact(n):=
      if n=0
        then 1
        else n * fact(n-1) $

(%i21) fact(50);
(%o21) 3041409320171337804361260816606476884437764\
1568960512000000000000
```

A fin de familiarizarse co programa, o seguinte paso a recomendar sería a consulta das referencias [1] e [2]. Para un maior aproveitamento dos gráficos, a referencia [3]. E, por suposto, sempre a consulta ó manual de usuario, plagado de exemplos, na referencia [4].

## Referencias

- [1] *Primeros Pasos en Maxima*  
<http://riotorto.users.sourceforge.net/maxima/max.pdf>
- [2] *Maxima con wxMaxima: software libre en el aula de matemáticas*  
[https://forja.rediris.es/docman/view.php/209/356/guia\\_wxmaxima.pdf](https://forja.rediris.es/docman/view.php/209/356/guia_wxmaxima.pdf)
- [3] *Manual de Maxima*  
<http://maxima.sourceforge.net/docs/manual/es/maxima.html>
- [4] *A Maxima-Gnuplot interface*  
<http://riotorto.users.sourceforge.net/gnuplot>
- [5] *Sesiones con Maxima*  
<http://riotorto.users.sourceforge.net/edu>